



# Design Construtal e modelagem computacional aplicados à flambagem elasto-plástica biaxial de placas com duas perfurações elípticas

Constructal Design and computational modeling applied to the biaxial elasto-plastic buckling of plates with two elliptical perforations

A. F. Lançanova<sup>1\*</sup>; B. F. Pacheco<sup>2</sup>; E. M. Rodrigues<sup>2</sup>; L. A. O. Rocha<sup>1,2</sup>; E. D. Santos<sup>1,2</sup>; T. da Silveira<sup>3</sup>; L. A. Isoldi<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional/LMCE, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande - FURG, 96203900, Rio Grande - RS, Brasil

<sup>2</sup>FURG, Escola de Engenharia, Rio Grande - RS, Brasil

<sup>3</sup>Universidade Federal do Pampa - UNIPAMPA, 96460-000, Alegrete- RS, Brasil

\*andrei@lançanova@hotmail.com

(Recebido em 07 de abril de 2023; aceito em 31 de outubro de 2023)

Este estudo utilizou modelagem computacional para realizar uma avaliação geométrica com base no método Design Construtal em placas de aço com duas perfurações elípticas submetidas à flambagem elasto-plástica biaxial. Mantendo constante o volume de material das placas perfuradas, foram comparados os piores e melhores resultados entre placas com uma e duas perfurações. Para tanto, foi adotada uma placa de referência retangular sem perfurações, da qual uma parcela de material foi removida pela inserção de perfurações elípticas. O parâmetro  $\phi$ , que representa a razão entre o volume das perfurações e o volume do material da placa de referência, foi adotado com valor  $\phi = 0,15$ . Cada placa com duas perfurações foi submetida a cargas compressivas biaxiais, e então foi avaliada a influência que a relação das dimensões das perfurações tem na tensão última de flambagem normalizada. Os resultados mostraram que a melhor configuração geométrica, entre as geometrias analisadas com duas perfurações, é a que possui relação de lados das perfurações igual a 0,6, conduzindo ao aumento de 24,9% na tensão última de flambagem e melhor distribuição das tensões, quando comparada à geometria com relação de lados das perfurações igual a 1,0, que conduziu aos piores resultados dentre todos os casos avaliados.

Palavras-chave: placas finas de aço, simulação numérica, avaliação geométrica.

This study used computational modeling to perform a geometric evaluation based on the Constructal Design method regarding steel plates with two elliptical perforations subjected to biaxial elasto-plastic buckling. Keeping constant the material volume of the perforated plates, the worst and best results between plates with one and two perforations were compared. For this purpose, a rectangular reference plate without perforations was adopted, from which a portion of material was removed by inserting elliptical perforations. The  $\phi$  parameter, which represents the ratio between the perforations volume and the reference plate material volume, was adopted with a value of  $\phi = 0.15$ . Each plate with two perforations was submitted to biaxial compressive loads, and then the influence that the relation of the perforations dimensions has on the normalized ultimate buckling stress was evaluated. The results showed that the best geometric configuration, among the geometries analyzed with two perforations, is the one with a perforation side ratio equal to 0.6, leading to a 24.9% increase in the ultimate buckling stress and better stress distribution, when compared to the geometry with perforation side ratio equal to 1.0, which conducted to the worst results among all evaluated cases.

Key words: thin steel plates, numerical simulation, geometric evaluation.

## 1. INTRODUÇÃO

Placas finas estão ganhando cada vez mais atenção no âmbito da engenharia estrutural em decorrência de sua ampla utilização, como nos setores de construção civil, arquitetura naval e indústria aeronáutica. Além disso, de acordo com Paik (2007) [1], a utilização de placas perfuradas nas indústrias naval e *offshore* é feita para possibilitar pontos de acesso ou para viabilizar a redução de peso da estrutura.

El-Sawy e Martini (2004) [2] afirmam que quando submetida a cargas de compressão contidas em seu plano, uma placa pode sofrer um fenômeno de instabilidade do equilíbrio que causa um grande aumento nas deformações da placa para pequenos aumentos de carga aplicada. Este fenômeno é conhecido como flambagem, podendo ocorrer de duas formas. A primeira delas é chamada de flambagem elástica, quando as placas são esbeltas e a instabilidade se dá no regime elástico do material, onde a carga que a causa é denominada carga crítica. A segunda possibilidade é a flambagem elasto-plástica, que ocorre conforme a esbeltez da placa diminui e a carga atinge o regime de deformação plástica do material, sendo chamada neste caso de carga última.

Quando a flambagem se dá em placas submetidas a carregamentos compressivos em duas direções perpendiculares entre si e no plano da placa, o fenômeno é denominado de flambagem biaxial. Cabe destacar que a presença de carregamento biaxial causa a flambagem antes que qualquer uma destas duas cargas atinja o seu valor de flambagem uniaxial. Em outras palavras, de acordo com Jones (2006) [3], a placa reduz a sua resistência contra a flambagem em decorrência do carregamento combinado biaxial.

De acordo com Trahair (1988) [4], após atingir o valor da carga crítica de flambagem, uma placa possui um comportamento de pós-flambagem, de modo que sua carga crítica não é igual a sua carga última. Entender e descrever este comportamento é essencialmente desafiador, uma vez que o mesmo tem natureza não-linear, que pode advir de não-linearidades físicas (comportamento elasto-plástico do material) ou mesmo geométricas (não mais sendo válida a hipótese de pequenos deslocamentos). Estas não-linearidades culminam em uma maior complexidade da modelagem e solução matemática do problema, de modo que métodos numéricos são mais indicados para sua abordagem.

Além disso, a presença de furos causa um aumento na complexidade geométrica da placa, o que torna a análise mais complexa através de métodos analíticos, de modo que abordagens utilizando métodos numéricos apresentam-se como alternativas bastante utilizadas, como em Da Silva et al. (2019) [5], Da Silveira et al. (2021) [6] e Da Silveira et al. (2021) [7]. Dentre os diversos métodos numéricos disponíveis, o Método dos Elementos Finitos (MEF) mostra-se como uma opção interessante, por conferir agilidade na execução das análises e redução dos custos computacionais envolvidos. Dentro do escopo da engenharia estrutural, o MEF é amplamente utilizado em softwares comerciais como o ANSYS Mechanical APDL®.

Utilizando o software ANSYS Mechanical APDL®, Da Silva et al. (2019) [5] estudaram a influência da geometria de um furo hexagonal inserido em placas retangulares submetidas a flambagens uniaxial elástica e elasto-plástica, através da aplicação do método Design Construtal. Já Da Silveira et al. (2021) [6], também aplicando o método Design Construtal, realizaram a avaliação geométrica da influência da relação de lados de uma perfuração elíptica, assim como sua inclinação, em uma placa quadrada, na carga última de flambagem biaxial desta placa. Além disso, Da Silveira et al. (2021) [7] aplicaram Design Construtal para avaliar a influência da relação de lados de uma perfuração elíptica em uma placa retangular em sua carga última de flambagem biaxial.

Dentro deste contexto, o objetivo do presente trabalho foi avaliar o comportamento mecânico de placas retangulares com duas perfurações elípticas, mantendo o volume de material constante através da aplicação do método Design Construtal. Além disso, foi feita uma comparação entre os resultados obtidos para as placas com duas perfurações elípticas com os das placas com uma perfuração elíptica investigadas em Da Silveira et al. (2021) [7].

## 2. MODELAGEM COMPUTACIONAL

A modelagem computacional do problema a ser discutido neste trabalho foi desenvolvida utilizando-se o software ANSYS Mechanical APDL®, que é baseado no MEF. O MEF consiste em discretizar o domínio em um número finito de elementos, selecionar funções de interpolação, obter o sistema de equações algébricas a partir da discretização e desenvolver a solução deste sistema de equações.

No presente trabalho, o mesmo modelo computacional utilizado por Da Silveira et al. (2021) [7] foi adotado, empregando o elemento finito SHELL281 (Figura 1). De acordo com ANSYS

(2009) [8], este elemento finito possui oito nós, com seis graus de liberdade por nó: 3 translações (nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ ) e 3 rotações (em torno de  $x$ ,  $y$  e  $z$ ).

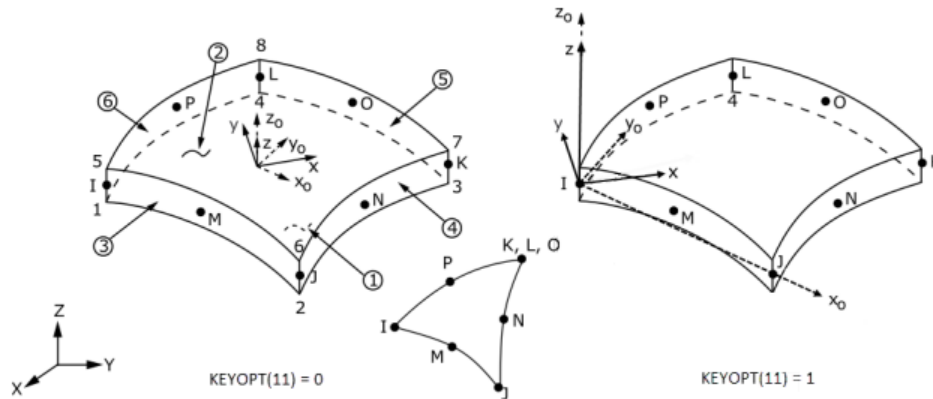


Figura 1- Elemento finito SHELL281. Fonte: ANSYS Element Reference Manual (2009) [8].

Cabe informar que para todas as configurações geométricas de placas simuladas, foram adotados, na análise de flambagem elástica, carregamentos compressivos nas direções  $x$  e  $y$  iguais a  $1 \text{ kN/m}$ , sendo possível determinar a carga crítica e a configuração deformada para o primeiro modo de flambagem elástica, através do método de autovalores e autovetores, onde o primeiro autovalor constitui a carga crítica e o autovetor correspondente ao primeiro modo de flambagem elástica.

Então, como em Da Silveira et al. (2021) [6], essa configuração deformada definida pela flambagem elástica é usada para obter a configuração com imperfeições iniciais que serão inseridas no modelo numérico, de modo a permitir a realização da simulação numérica de flambagem elasto-plástica. Assim, na análise de flambagem elasto-plástica, de acordo com Helbig et al. (2016) [9], se parte de uma carga obtida a partir da tensão de escoamento e são realizados pequenos acréscimos de carga até se atingir um estágio de carga onde não se consegue determinar um incremento de deslocamento finito para atingir a configuração de equilíbrio. A carga para a qual este fenômeno ocorre é denominada de carga última de flambagem.

## 2.1 Verificação do modelo computacional

Para a verificação do modelo computacional utilizado, reproduziram-se casos de placas sem perfuração e com perfuração única, conforme representado na Figura 2. A placa possui uma geometria retangular com dimensões: comprimento  $a = 2000 \text{ mm}$ , largura  $b = 1000 \text{ mm}$  e espessura  $t = 12 \text{ mm}$ , correspondendo a uma relação  $b/a = 0,5$ . Foram analisadas as situações para valores da relação de lados do furo  $b_{1f}/a_{1f}$  iguais a  $0,226$ ,  $0,316$ ,  $0,597$  e  $1,0$ , assim como o caso da placa sem furo, que foi adotada como referência.

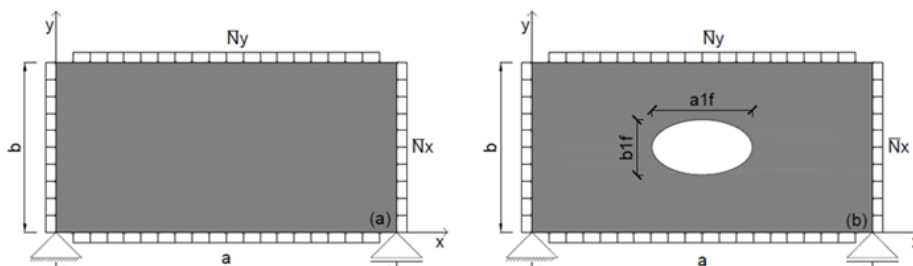


Figura 2- Configurações geométricas dos casos de verificação: (a) Placa sem furo. (b) Placa com um furo.

Além disso, o material da placa é o aço AH-36, que possui comportamento isotrópico e elasto-plástico perfeito, com módulo de elasticidade  $E = 210$  GPa, coeficiente de Poisson  $\nu = 0,3$  e tensão de escoamento  $\sigma_y = 355$  MPa. Em termos das condições de contorno, foram adotadas bordas simplesmente apoiadas nos quatro lados, de modo que os deslocamentos horizontais nas direções  $x$  e  $y$ , assim como os deslocamentos verticais na direção  $z$  devem ser restringidos, permitindo os demais graus de liberdade.

A solução numérica foi obtida com uma malha gerada com elementos finitos SHELL281 quadrilaterais de tamanho 50 mm. Esta discretização espacial foi escolhida para fins de verificação, por se tratar do mesmo tamanho de malha utilizado nos resultados obtidos por Da Silveira et al. (2021) [7]. A verificação do modelo foi realizada através da comparação entre os valores do parâmetro indicador de performance *NUS* (*Normalized Ultimate Stress*) que é obtido através da seguinte relação matemática:

$$NUS = \frac{\sigma_u}{\sigma_{ur}} \quad (1)$$

onde  $\sigma_u$  representa a tensão última de flambagem biaxial da placa com furos, ao passo que  $\sigma_{ur}$  representa a tensão última de flambagem biaxial da placa de referência (sem perfuração). A comparação entre os valores encontrados no presente estudo, com os valores encontrados para a mesma geometria em Da Silveira et al. (2021) [7] são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Valores para verificação do modelo computacional.

$b_{1f}/a_{1f}$	$\sigma_u$ (MPa)	<i>NUS</i> (Presente Estudo)	<i>NUS</i> [7]	Diferença (%)
0,226	32,17	0,632	0,647	2,32
0,316	32,17	0,632	0,647	2,32
0,597	30,18	0,592	0,607	2,47
1,000	28,40	0,557	0,571	2,45
sem furo	50,94	1,000	1,000	0,00

A partir dos resultados da Tabela 1, pode-se inferir que houve uma diferença média de 2,39% entre os resultados obtidos por este trabalho e os de Da Silveira et al. (2021) [7], de modo que é possível considerar que o modelo computacional foi verificado e pode, portanto, ser utilizado.

### 3. MÉTODO DESIGN CONSTRUTAL

De acordo com Bejan e Lorente (2008) [10], a Teoria Construtal é a visão mental de que a geração das estruturas de fluxo/escoamento que existem na natureza (bacias hidrográficas, pulmões, circulação atmosférica, tecidos vascularizados, etc.) pode ser fundamentada com base em um princípio evolucionário de aumento do acesso ao fluxo/escoamento no tempo, denominado de Lei Construtal: “Para que um sistema de fluxo/escoamento de tamanho finito persista no tempo (sobreviva), sua configuração deve evoluir de modo a facilitar o acesso às correntes que fluem/escoam através dele”.

No que se refere à aplicação da Lei Construtal à Mecânica dos Sólidos, pode-se entender o sistema de fluxo/escoamento como sendo o fluxo de tensões que flui entre os componentes de um determinado elemento estrutural. Além disso, de acordo com Da Silveira et al (2021) [6], facilitar o acesso às correntes pode ser interpretado neste contexto como distribuir as tensões da melhor forma possível, ou seja, melhorando a distribuição das possíveis concentrações de tensão.

O método Design Construtal pode ser entendido como a aplicação da Lei Construtal em problemas de arquitetura de fluxo/escoamento. Sua aplicação depende da definição de restrições, bem como de graus de liberdade e parâmetros indicadores de performance. Além disso, Da Silveira et al. (2021) [6] também trazem que é aplicada uma variação em um intervalo bem definido (espaço de busca) aos graus de liberdade, assim como o reflexo dessa variação é observado no indicador de performance. De acordo com Lima et al. (2020) [11], através do

método Design Construtal, a partir dos indicadores de performance e restrições, pode-se chegar a melhor performance fazendo com que as máximas tensões admissíveis sejam atingidas

Para a aplicação do método Design Construtal no presente trabalho foram consideradas três configurações geométricas de placa diferentes, sendo: todas retangulares ( $b/a = 0,5$ ), compostas do mesmo material (aço AH-36) e com as mesmas condições de contorno dos casos de verificação (apoio simples). Além disso, todas possuem como dimensões  $a = 2000$  mm,  $b = 1000$  mm e  $t = 10$  mm, sendo a primeira sem furos, a segunda com um furo elíptico e a terceira com dois furos elípticos. Os parâmetros geométricos do segundo e terceiro casos são apresentados na Figura 3, onde  $a_{1f}$  e  $b_{1f}$  representam as dimensões características da perfuração na placa com um furo (Figura 3a) e  $a_{2f}$  e  $b_{2f}$  representam as dimensões características da perfuração na placa com dois furos (Figura 3b).

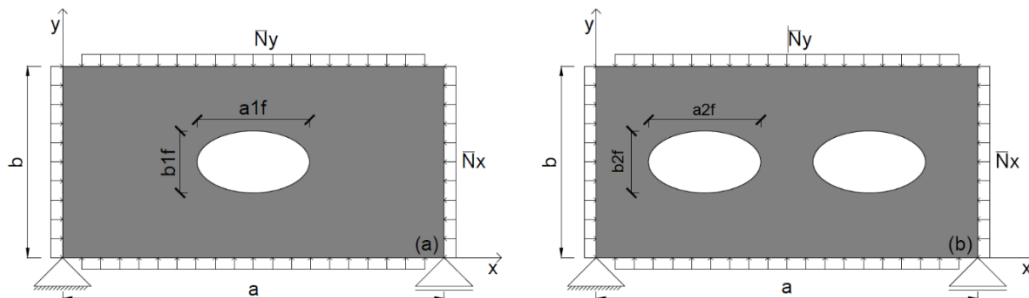


Figura 3- Geometria das placas com: (a) um furo elíptico; e (b) dois furos elípticos.

Quando se trata de placas perfuradas, uma prática bastante comum na literatura, como em Da Silva et al. (2019) [5] e Da Silveira et al. (2021) [7], é utilizar como restrição a fração volumétrica ( $\phi$ ), que é definida pela relação entre o volume do furo ( $V_{1f}$ ) e o volume total da placa sem furo ( $V_r$ ). Para o caso deste trabalho, será aplicada ideia semelhante, com a diferença de que, ao invés de uma perfuração única, será avaliada a influência da presença de duas perfurações (de volume total  $V_{2f}$ ) na geometria do problema, de modo que a restrição fração volumétrica ficará expressa matematicamente como segue:

$$\phi = \frac{V_{2f}}{V_r} = \frac{\pi \cdot a_{2f} \cdot b_{2f}}{2 \cdot a \cdot b} \quad (2)$$

O grau de liberdade avaliado neste trabalho foi a relação  $b_{2f}/a_{2f}$ , para o caso da placa de dois furos, de modo que seu espaço de busca abrange os intervalos: de 0,30 a 0,50, com incrementos de 0,10, e de 0,50 a 0,70 e 0,80 a 1,00 com incrementos de 0,05 entre um caso e outro. Isso foi feito para aprofundar o entendimento do comportamento das regiões que fogem da tendência geral de diminuição de  $NUS$  com o aumento de  $b_{2f}/a_{2f}$ . Além disso, a fração volumétrica adotada neste trabalho foi  $\phi = 0,15$  e o indicador de performance escolhido foi a  $NUS$ . Os resultados obtidos aqui foram comparados aos obtidos para o mesmo valor de  $\phi$  no trabalho de Da Silveira et al. (2021) [7], de modo a garantir que os volumes de material retirados nos dois casos sejam iguais, para que se possa estabelecer comparações entre o comportamento de placas com uma e duas perfurações.

### 3.1 Teste de convergência de malha

Dentro do escopo da simulação numérica, uma etapa importante consiste no teste de convergência ou independência de malha. Este teste tem como objetivo determinar qual é o refino de malha mais adequado, de modo que o modelo apresente resultados acurados o suficiente para a precisão desejada, com o mínimo esforço computacional possível.

Para o teste de convergência de malha deste trabalho foram avaliados três casos de relação  $b_{2f}/a_{2f}$  (0,3; 0,6; e 1,0) e malhas com elementos finitos SHELL281 quadrilaterais de tamanho 10, 12,5; 15; 17,5; 20; 50; 100 e 200 mm. Os resultados para o referido teste são apresentados na Figura 4, onde o valor próximo a cada ponto representa o respectivo tamanho de malha utilizado na análise em questão.

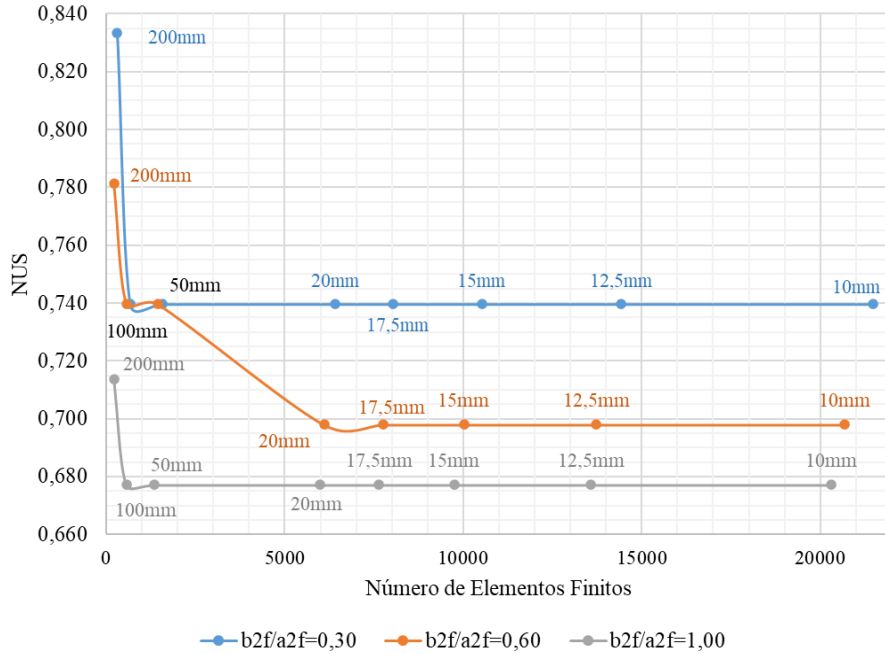


Figura 4- Resultados para o teste de convergência de malha.

Os resultados da Figura 4 indicam uma estabilização dos valores de  $NUS$  a partir de tamanhos de malha de 50 mm para relações de lado 0,3 e 1,0, enquanto que o resultado para a relação de lados de 0,6 estabilizou para tamanhos de malha de 20 mm. Portanto, em todas as simulações foi adotada a malha gerada com elementos finitos de tamanho 20 mm, realizando ainda um refinamento de malha na região da perfuração.

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados obtidos para o estudo de caso realizado sobre a flambagem elasto-plástica biaxial de placas de aço com duas perfurações elípticas são apresentados aqui. Na Figura 5, os resultados para  $NUS$ , plotados com relação ao grau de liberdade  $b_{2f}/a_{2f}$  são apresentados.

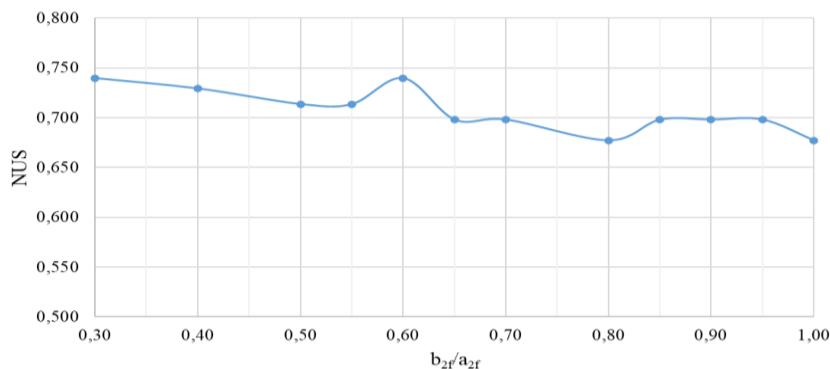


Figura 5- Variação do  $NUS$  em relação à variação do grau de liberdade  $b_{2f}/a_{2f}$ .

Observa-se na Figura 5 que, como tendência geral, à medida que a razão  $b_{2f}/a_{2f}$  aumenta ocorre uma diminuição no valor do  $NUS$ . Entretanto, ocorre um máximo global para  $b_{2f}/a_{2f} = 0,60$ , que pode ser explicado pela redistribuição de tensões que acontece de acordo com essa configuração geométrica das perfurações, distribuindo de forma ótima as imperfeições (mais regiões da placa submetidas à tensão limite (em vermelho) e  $NUS$  global maior), como pode ser visto na Figura 6.

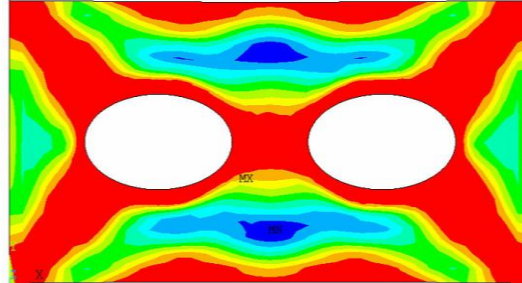


Figura 6- Distribuição de tensões de von Mises para o caso  $b_{2f}/a_{2f} = 0,60$ .

Pode-se inferir, a partir dos resultados da Figura 7, que os valores de  $NUS$  obtidos para a geometria com duas perfurações elípticas foram maiores do que os obtidos para as geometrias com perfuração elíptica única. Essa tendência ocorreu tanto para os casos de melhor quanto para os casos de pior desempenho. Nas Figuras 8, 9, 10 e 11 são mostradas as distribuições de tensões de von Mises para os casos da Figura 7, onde as cores azul e vermelha indicam tensão mínima e tensão limite, respectivamente.

A comparação entre os resultados de um e dois furos, tanto para os piores (Figuras 8 e 9) quanto para os melhores (Figuras 10 e 11) desempenhos, mostra que de forma geral a geometria com dois furos distribui melhor as tensões, submetendo mais áreas da placa à tensão limite (regiões vermelhas).

Cabe salientar que essa característica trazida pelas geometrias com dois furos se alinha com a Lei Construtal, de acordo com Bejan e Lorente (2008) [10], através do princípio da ótima distribuição de imperfeições, submetendo mais regiões da placa a tensões maiores, como pode-se perceber pela predominância de regiões de cores mais quentes (tensões maiores) nos casos de melhor desempenho. Esse comportamento foi também observado em Helbig et al. (2016) [9], Da Silva et al. (2019) [5] e Da Silveira et al. (2021) [7].

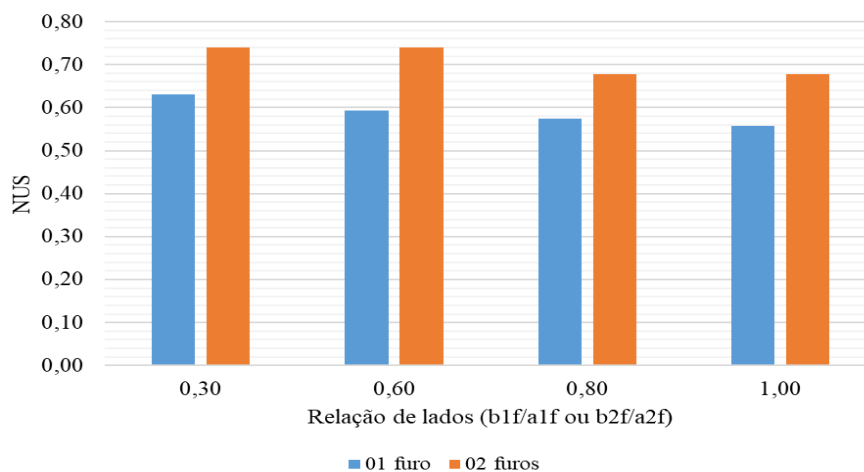


Figura 7- Comparação entre os resultados obtidos para o melhor e pior caso para geometrias de um e dois furos.



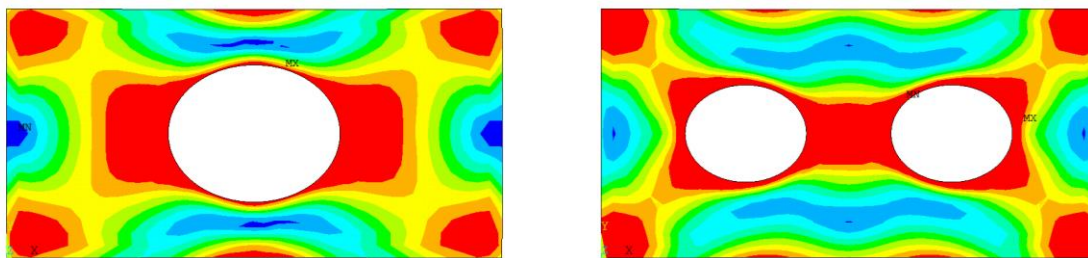


Figura 8- Comparação entre os piores resultados ( $b_{1f}/a_{1f}$ ,  $b_{2f}/a_{2f} = 0,8$ ).

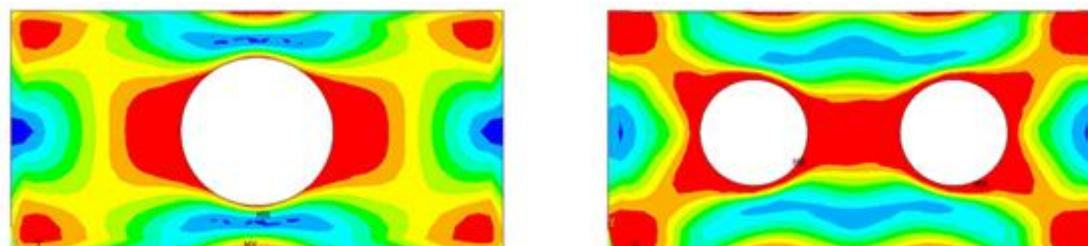


Figura 9- Comparação entre os piores resultados ( $b_{1f}/a_{1f}$ ,  $b_{2f}/a_{2f} = 1,0$ ).

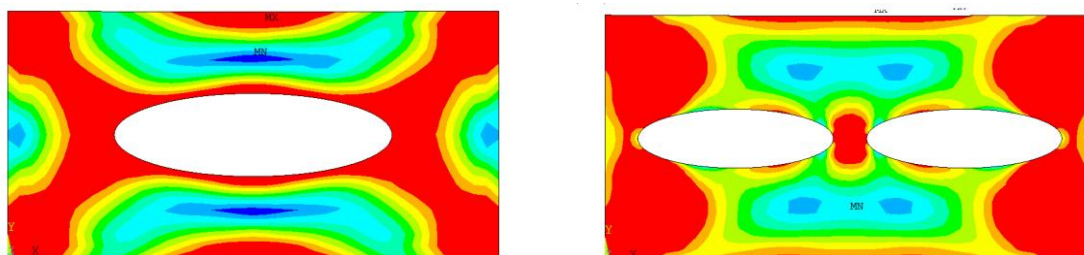


Figura 10- Comparação entre os melhores resultados ( $b_{1f}/a_{1f}$ ,  $b_{2f}/a_{2f} = 0,3$ ).

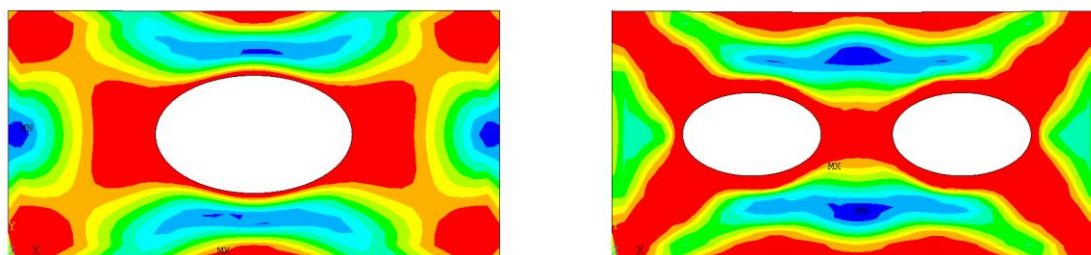


Figura 11- Comparação entre os melhores resultados ( $b_{1f}/a_{1f}$ ,  $b_{2f}/a_{2f} = 0,6$ ).

## 5. CONCLUSÃO

O presente estudo aplicou o método Design Construtal associado à modelagem computacional via MEF para avaliar numericamente a influência da presença de duas perfurações em uma placa fina de aço no seu comportamento frente à flambagem elasto-plástica biaxial. Os resultados obtidos foram comparados com os apresentados em Da Silveira et al. (2021) [7], tanto na etapa de verificação do modelo computacional, quanto na construção dos resultados mediante comparação entre as geometrias de uma e duas perfurações.

Observou-se que a utilização de geometrias com duas perfurações elípticas conduziu a melhores resultados de tensão última de flambagem normalizada ( $NUS$ ), quando comparados aos resultados de geometrias com perfuração elíptica única. Avaliando as distribuições de tensões von Mises presentes nas Figs. 8 a 11, notou-se que o melhor desempenho das geometrias com duas



perfurações se deve a uma melhor distribuição e maior uniformidade das tensões que essas configurações geométricas apresentam, onde a geometria com relação de lados  $b_{2f}/a_{2f} = 0,6$  apresentou melhores resultados, pois conduziu aos maiores valores de *NUS* em virtude da melhor distribuição de tensões.

Além disso, observou-se que nas situações de pior desempenho, a geometria com duas perfurações teve uma tensão última de flambagem biaxial 21,5% maior quando comparada com a situação de perfuração única. Ainda, para as situações de melhor desempenho, a geometria com duas perfurações teve um desempenho relativo à tensão última 24,9% superior ao caso de perfuração única. Já quando comparados os resultados para a geometria de duas perfurações, observa-se que a geometria de melhor desempenho teve um resultado 9,2% melhor que a geometria de pior desempenho.

Em trabalhos futuros, sugere-se a realização de estudos análogos aos apresentados aqui, porém considerando outros tipos de furos (por exemplo: retangular, hexagonal, oblongo e losangular). Pode-se ainda buscar o estabelecimento de relações quantitativas entre as relações de lados de um e dois furos, para fins de comparação direta dos resultados de *NUS*.

## 6. AGRADECIMENTOS

O autor A. F. Lançanova agradece à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro para a realização deste trabalho (código de financiamento 001). A autora B. F. Pacheco agradece ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), bem como ao grupo PET Engenharia Civil pelo apoio e incentivo às pesquisas dentro da universidade. A autora E. M. Rodrigues agradece à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul (FAPERGS) pelo suporte financeiro. Os autores L. A. O. Rocha, E. D. dos Santos e L. A. Isoldi agradecem ao CNPq por suas bolsas de produtividade em pesquisa (Processos: 307791/2019-0, 308396/2021-9 e 309648/2021-1).

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Paik JK. Ultimate strength of perforated steel plates under combined biaxial compression and edge shear loads. *Thin Walled Struct.* 2007 Feb;46(2):207-13. doi: 10.1016/j.tws.2007.07.010
2. El-Sawy KM, Nazm Y AS, Martini MI. Elasto-plastic buckling of perforated plates under Uniaxial Compression. *Thin Walled Struct.* 2004 Aug;42(8):1083-101. doi: 10.1016/j.tws.2004.03.002
3. Jones RM. Buckling of bars, plates and shells. 1. ed. Blacksburg (US): Bull Ridge Publishing; 2006.
4. Trahair NS, Bradford MA. The behavior and design of steel structures. 1. ed. New York (US): Springer; 1988.
5. Da Silva CCC, Helbig D, Cunha ML, Dos Santos ED, Rocha LAO, Real MV, et al. Numerical buckling analysis of thin steel plates with centered hexagonal perforation through Constructal Design method. *J Braz Soc Mech Sci Eng.* 2019 Aug;41(8):1-18. doi: 10.1007/s40430-019-1815-7
6. Da Silveira T, Pinto VT, Neufeld JPS, Pavlovic A, Rocha LAO, Dos Santos ED, et al. Applicability evidence of constructal design in structural engineering: Case study of biaxial elasto-plastic buckling of square steel plates with elliptical cutout. *J Appl Comput Mech.* 2021 Apr;7(2):922-34. doi: 10.22055/JACM.2021.35385.2647
7. Da Silveira T, Neufeld JPS, Rocha LAO, Dos Santos ED, Isoldi LA. Numerical analysis of biaxial elasto-plastic buckling of perforated rectangular steel plates applying the Constructal Design method. *IOP Conf Ser: Mater Sci Eng.* 2021;1048:012017. doi: 10.1088/1757-899X/1048/1/012017
8. Ansys. Element Reference Manual (version 12.1). Canonsburg (US): Technology Drive; 2009
9. Helbig D, Da Silva CCC, Real MV, Dos Santos ED, Isoldi LA, Rocha LAO. Study about buckling phenomenon in perforated thin steel plates employing computational modeling and constructal design method. *Lat Am J Solids Struct.* 2016 Feb;13(10):1912-36. doi: 10.1590/1679-78252893
10. Bejan A, Lorente S. Design with Constructal Theory. 1. ed. Hoboken (US): Wiley; 2008. doi: 10.1002/9780470432709
11. Lima JPS, Cunha ML, Dos Santos ED, Rocha LAO, Real MV, Isoldi LA. Constructal Design for the ultimate buckling stress improvement of stiffened plates submitted to uniaxial compressive load. *Eng Struct.* 2020 Jan;203(15):109883. doi: 10.1016/j.engstruct.2019.109883