

Análise Harmônica das Chuvas Mensais para as Cidades de Pelotas, Rio Grande e Santa Vitória do Palmar, RS - Brasil

Daniel Souza Cardoso¹; João Baptista da Silva²; Gilberto Barbosa Diniz³

¹Coordenação da Física, Instituto Federal de Ciência e Tecnologia Sul-Rio-Grandense, 96060-290, Pelotas-RS, Brasil

²Departamento de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Pelotas, 96160-000, Capão do Leão-RS, Brasil

³Departamento de Meteorologia, Universidade Federal de Pelotas, 96160-000, Capão do Leão-RS, Brasil

danielcardoso@cavg.ifsul.edu.br

(Recebido em 30 de novembro de 2013; aceito em 02 de setembro de 2014)

No Rio Grande do Sul (RS), o setor agropecuário representa um terço do produto interno bruto (PIB) e seu desempenho apresenta flutuações decorrentes da variabilidade de elementos meteorológicos, sendo a água fundamental. No sentido de contribuir para estudos e políticas de planejamento para o setor e para a previsão de racionamentos na utilização dos recursos hídricos, realizou-se um estudo da variabilidade dos totais mensais de chuva, a partir de uma série histórica com 60 anos de dados (1948-2007), para as cidades de Pelotas, Rio Grande e Santa Vitória do Palmar, as quais constituem um grupo homogêneo no que tange à variabilidade do elemento estudado. Com o objetivo de obter um modelo que possa representar o comportamento da precipitação pluvial mensal média, realizou-se uma análise harmônica dos dados previamente ajustados a meses de 30 dias, após a verificação das propriedades de normalidade, homogeneidade de variâncias e estacionariedade. O modelo obtido é constituído por três ondas senoidais e representa 87% da variabilidade dos dados. Destacaram-se os harmônicos: semestral com 64% de representatividade, quadrimestral e anual com 12% e 11%, respectivamente. Os modelos foram validados para previsão de valores futuros, por meio de análise de resíduos, mostrando-se adequados ao nível de probabilidade de 5%.

Palavras-chave: precipitação pluvial, análise harmônica, previsão.

Harmonic analysis of monthly rainfall for the cities of Pelotas, Rio Grande and Santa Vitória do Palmar, the extreme south of Rio Grande do Sul, Brazil

In Rio Grande do Sul (RS), the agricultural sector accounts for a third of gross domestic product (GDP) and its performance shows fluctuations caused by the variability of meteorological elements, being water the key element. In order to contribute to studies and planning policies for the sector and for predicting shortages in water use, a study of the variability of monthly totals of rainfall was performed, from a time series of 60 years of data (1948-2007), for the cities of Pelotas, Rio Grande and Santa Vitória do Palmar, which constitute a homogeneous group regarding the variability of the element studied. Aiming to obtain a model that can represent the behavior of the average monthly rainfall, a harmonic analysis of data previously adjusted to 30-day months was performed, after checking the properties of normality, homogeneity of variance and stationarity. The obtained model is comprised of three sine waves and represents 87% of variability in the data. Stood out the harmonics: semiannual with 64% of representativeness, quarterly, and annual with 12% and 11%, respectively. The models were validated for predicting future values, by means of residual analysis, which showed them to be appropriate at the 5% probability level.

Key words: rainfall, harmonic analysis, prediction.

1. INTRODUÇÃO

A economia no Brasil tem em suas bases a atividade agropecuária. No Rio Grande do Sul (RS), segundo Fochezato e Grandó [1], um terço do Produto Interno Bruto (PIB) é representado pelo setor agropecuário, os quais ressaltam o impacto da ocorrência de estiagens sobre este setor econômico, observando a queda do mesmo devido a estiagem de 2007/2008; onde apontam que a ausência de estiagem em 2008 teria como efeito um crescimento de 2,1 pontos percentuais do PIB.

A agricultura, especificamente, é prejudicada, uma vez que o período do ano em que as estiagens apresentam maior frequência, coincide com a fase de desenvolvimento das culturas de verão. Cerca de 60% da produção destas se deve às culturas de soja, fumo, feijão e do milho que, segundo Bergamashi et al. [2], tende a apresentar sua máxima produtividade para o período de maior disponibilidade de radiação solar, desde que não exista déficit hídrico. A exemplo da cultura de milho necessita de aproximadamente 7 mm de água por dia.

No Brasil, a atividade agrícola apresenta variações de sua produção, em relação a variabilidade de determinados elementos meteorológicos, sendo que no RS o elemento hídrico apresenta efeitos mais significativos, de acordo com Matzenauer et al. [3], o qual constata que as variáveis hídricas são estimadoras do rendimento de grãos da cultura do milho.

Nas comunidades estudadas, tendo em vista sua condição orográfica plana, cuja maior altitude não ultrapassa 24 m em relação ao nível do mar, chuvas intensas podem ocasionar alagamentos ou cheias, já que o escoamento e drenagem são geralmente insuficientes. Em anos de El Niño é comum a ocorrência de chuvas intensas na primavera, no RS. Quando, muitas vezes, o esperado mensal em milímetros precipita num curto espaço de tempo resulta em alagamentos, por outro lado se a frequência deste evento é relevante implica na ocorrência de enchentes. Por exemplo, as enchentes de 1941 (em Pelotas, Rio Grande, Porto Alegre, etc.) e 1956, em Pelotas. Outras enchentes foram registradas, no Estado, em 1982/83, 1997/98 e uma grande seca em 2005 [4].

Considerando que a média de precipitação para dadas estações do ano no RS proporcionam informações importantes para a comunidade local, sejam estas para a educação na utilização dos recursos hídricos, bem como para políticas de planejamento para as áreas rural e urbana, realizou-se um estudo com objetivo de descrever a variabilidade da precipitação pluvial média mensal, na região do extremo sul do RS, que compreende as cidades de Pelotas, Rio Grande e Santa Vitória do Palmar. Para tanto, modelou-se os totais de chuvas mensais, a partir de uma série histórica, com 60 anos de dados, adotando-se a técnica de análise harmônica que, segundo Amaral [5], é o método mais bem sistematizado quando o período fundamental é conhecido.

2. MATERIAL E MÉTODOS

Para estudar a variabilidade da precipitação média mensal, realizou-se um estudo de uma série histórica de dados (1948-2007). Os dados utilizados foram coletados por estações meteorológicas, disponibilizados pelo Instituto Nacional de Meteorologia (INMET), obtidos através do 8º DISME (8º Distrito de Meteorologia, Porto Alegre). Os dados de precipitação pluvial relativos as cidades de Pelotas, Rio Grande e Santa Vitória do Palmar foram agrupados numa região homogênea (região 1), conforme ilustrado abaixo (figura 1), segundo a análise de agrupamento conduzida por Marques [6], para o Estado do RS, em relação à variabilidade espacial e temporal.

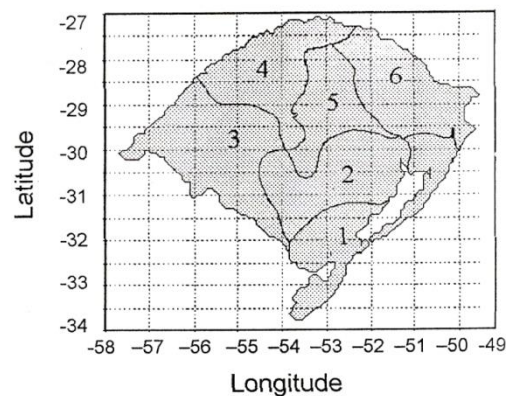


Figura 1: Regiões homogêneas (MARQUES, 2005)

Inicialmente os dados foram ajustados¹ a meses de 30 dias, de modo que os doze meses do ano fossem igualmente representados por 30 graus no círculo trigonométrico. O conjunto dos 60 anos foi dividido em duas partes: os primeiros 55 anos para modelagem e, os 5 anos restantes para previsão.

Antes da modelagem dos dados, foram verificadas as propriedades de homogeneidade de variâncias [7], de normalidade [8] e de estacionariedade. Para isto, os dados foram submetidos aos testes de Cochran, Shapiro-Wilk e regressão linear (teste t), ao nível de probabilidade de 5%. Quando esses requisitos não se verificaram, adequadas transformações de dados foram buscadas.

¹ Para ajustar à meses de trinta dias, multiplicou-se a precipitação do mês por 30 e dividiu-se pelo número de dias do respectivo mês, respeitando os anos bissextos.

Baseando-se na distribuição F de Fisher, Cochran [7] desenvolve um teste de hipóteses para uma população de dados ≥ 3 , comparando a maior variância de uma população com a soma de todas as variâncias dessa população. O teste é usado para verificar se as variâncias são homogêneas. É indicado quando uma das variâncias é muito maior do que as demais.

O valor da estatística (C) do teste de Cochran é calculado por:

$$C_{calc.} = \frac{\text{Maior } S_i^2}{\sum_{i=1}^N S_i^2}; \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (01)$$

Os 95° e 99° percentis da distribuição amostral de $C_{tab.}$ encontram-se na tabela A-17 [9]. Eles podem ser usados para testes nos níveis de significância de 5% e 1%, respectivamente. A hipótese de variâncias iguais é rejeitada se o valor calculado da estatística acima excede ao valor tabelado. Valores críticos são indicados somente para o caso onde as variâncias amostrais tem igual numero de graus de liberdade.

Shapiro e Wilk [8], introduziram um novo procedimento estatístico para testar uma amostra completa para normalidade. O teste é obtido dividindo o quadrado de uma adequada combinação linear de um amostral estatístico pela estimativa da variância.

Para estimar a inclinação da reta de regressão é necessário usar uma técnica chamada de mínimos quadrados generalizados, de modo a corrigir para o fato de que as observações foram ordenadas e, portanto são correlacionadas. Para simplificar este procedimento uma tabela de constantes foi incluída. O teste estatístico é designado por W e o seu cálculo segue o roteiro abaixo:

Para determinar o valor de W , dada uma completa amostragem aleatória de tamanho “n”, X_1, \dots, X_n , procede-se como segue.

(i) A ordem de observações para obter uma amostra ordenada é:

$$y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_n$$

(ii) Verifica-se que:

$$S^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

(iii) (a) Se n é par, $n = 2k$, escreve-se:

$$b = \sum_{i=1}^k a_{n-i+1} (y_{n-i+1} - y_i)$$

(b) Se n é ímpar, $n = 2k+1$, o ajuste ocorre em (iii)-(a), desde $a_{k+1} = 0$ quando $n = 2k+1$. Deste modo verifica-se

$$b = a_n (y_n - y_i) + \dots + a_{k+2} (y_{k+2} + y_i),$$

onde os valores de y_{k+1} , da média amostral, não estão presentes em b.

(iv) Aplica-se

$$W = \frac{b^2}{S^2} \quad (02)$$

(v) Valores (pontos percentuais) pequenos (menores que o nível de significância) de W são significativos, indicando não normalização.

Utiliza-se a Tabela A-2, da mesma referência bibliográfica, para determinar o nível de significância de W cujo teste é “unilateral à esquerda”, isto é, pequenos valores de W indicam não-normalidade; então, se o valor computado de W é menor do que o valor tabelado W_α , rejeita-se a hipótese de normalidade ao nível de significância α .

Para o caso de não se verificar uma distribuição normal e variâncias homogêneas, é necessária uma transformação dos dados originais, de acordo com Amaral [5].

Segundo Baptista da Silva e Amaral [10], dispondo-se de um conjunto de amostras, de cada uma das quais se possam calcular a média, \bar{X} , e o desvio padrão, S_x , representam-se os pares de valores (\bar{X}, S_x) em um sistema cartesiano ortogonal. Se os pontos assim obtidos se dispuserem,

aproximadamente, ao longo de uma reta paralela ao eixo das abscissas, pode-se admitir a independência do desvio padrão em relação a média. Se tal não for o caso, a relação de dependência entre o desvio padrão e a média poderá traduzir-se numa expressão analítica. A partir destas análises, os autores encontram a transformação:

$$y_i = AZ_i^{1-a} \quad (03)$$

A modelagem seguiu o método da análise harmônica (séries temporais de Fourier), tendo em vista as características dos dados. Por esse processo, decompõem-se as observações em ondas senoidais (harmônicos) de diferentes frequências.

O modelo de análise harmônica é representado pela expressão abaixo:

$$Y_n = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^N (a_n \cos \omega_n t + b_n \sin \omega_n t) + e_n \quad (04)$$

Sendo:

Y_n : valor estimado da variável temporal.

$n = 1, 2, 3, \dots, N$: o número de harmônicos.

$\omega_n = 2\pi/T$: a frequência angular do n-ésimo harmônico sendo esse inversamente proporcional ao período ($0 \leq T \leq 12$) de oscilação associado.

$t = 0, 1, 2, \dots, 11$: assumindo os meses do ano.

$a_0/2$: a média aritmética da média mensal dos dados observados.

a_n, b_n : são os coeficientes da série a serem estimados, que vão caracterizar as amplitudes associadas ao n-ésimo harmônico.

e_n : resíduos

Por meio do periodograma dos 660 dados (12 meses por 55 anos) estimou-se os seis harmônicos correspondentes ao ciclo anual [11]. Os harmônicos foram selecionados para o modelo pela magnitude de suas amplitudes, através dos coeficientes:

$$R_n^2 = \frac{p_n^2}{2\sigma^2} \quad (05)$$

os quais definem a representatividade do harmônico quanto a variabilidade dos dados [12]. Sendo $p_n^2 = a_n^2 + b_n^2$, a amplitude da onda e σ^2 é variância total.

O modelo ajustado é obtido pela soma das ondas selecionadas. Neste estudo, as ondas foram selecionadas pela magnitude de suas amplitudes, atendendo a uma representatividade mínima de 80% da variabilidade dos dados.

A verificação dos modelos obtidos, quanto à previsão, foi realizada por meio da auto-correlação dos resíduos (r_k). Para uma série temporal com “n” elementos, a auto-correlação com atraso “k” é definida por:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2} \quad (06)$$

onde \bar{y} é a média da serie de tempo.

Se os r_k indicarem as auto-correlações dos resíduos \hat{e}_N , então se deve ter $r_k = 0$.

Considerando que r_k tem aproximadamente distribuição normal, com média zero e variância $1/n$, sendo “n” o tamanho da amostra, pode-se considerar que o modelo é adequado quando r_k está dentro intervalo $\pm 2/\sqrt{n}$, aceitando-se, no máximo, 5% dos seus valores fora deste intervalo.

A existência de ruído branco também pode ser determinada a partir da comparação de r_k com $\pm 2\sigma(r_k)$, sendo o desvio padrão de r_k , $\sigma(r_k)$, dado por

$$\sigma(r_k) \cong \left[\frac{1}{n} \left(1 + 2 \sum_{v=1}^q \rho_v^2 \right) \right]^{1/2}, k > q \quad (07)$$

onde “q” é o maior “lag”, além do qual as funções de auto-correlação tendem a zero.

(maiores detalhes em Box, Jenkins & Reinsel [1])

Assumindo que a serie seja um processo “ruído branco”, isto é, que todas as auto-correlações são iguais a zero, o erro padrão de r_k fica determinado como

$$\sigma(r_k) \cong \left[\frac{1}{n} \left(\frac{n-k}{n+2} \right) \right]^{1/2} \quad (08)$$

Da mesma forma, aceita-se como ruído branco quando, no máximo, 5% das auto-correlações ficam fora do intervalo $\pm 2\sigma(r_k)$.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os dados ajustados a um mês de 30 dias, foram submetidos aos testes Cochran e Shapiro-Wilk, onde os dados originais mostraram-se significativos ao nível de 5% e os transformados, não significativos ao mesmo nível. A transformação utilizada é dada pela expressão (03), cujas estimativas de “A” e “1 - a” correspondem a 10 e 0,2162, respectivamente.

Os dados transformados mostraram-se estacionários (tendência não significativa a 5%), conforme se observa na figura 2.

Constatou-se que o harmônico semestral representou 64% da variabilidade dos dados, seguido pelos harmônicos quadrimestral e anual com 12% e 11%, respectivamente. A onda anual, pelo seu significado físico, já que representa um ciclo do movimento da Terra na sua órbita elíptica em torno do Sol, deve ser sempre incluída no modelo independentemente de sua magnitude. Neste estudo, entretanto, sua magnitude foi considerável.

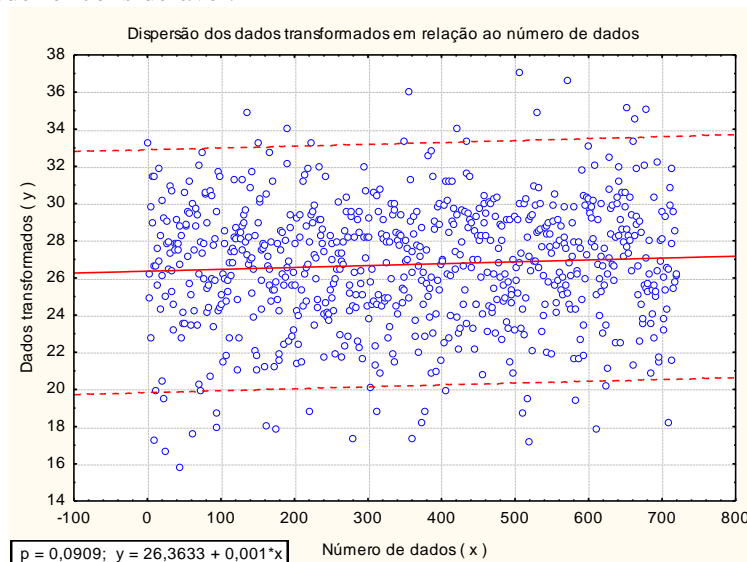


Figura 2: Gráfico de dispersão dos dados, em relação ao número de dados ordenados no tempo.

O modelo que estima o comportamento dos dados representa 87% de sua variabilidade e é composto de 3 harmônicos (ondas senoidais):

$$Y_t^{Grupo} = \bar{Y} + Y_t^{semestral} + Y_t^{quadrimestral} + Y_t^{anual} \quad (09)$$

Pelo fato de os dados não se mostrarem tendenciosos, ao nível de 5%, o modelo expresso pela eq. 09 é estacionário, que na forma numérica pode-se observar os argumentos das funções senoidais e os respectivos coeficientes:

$$Y_t = 26,742 + (0,3739) \cos(1,04719t) + (0,8706) \text{sen}(1,04719t) + (0,0807) \cos(1,5708t) + (0,4101) \text{sen}(1,5708t) - (0,3887) \cos(0,52360t) + (0,0998) \text{sen}(0,52360t)$$

Na figura 3, o modelo harmônico ajusta-se aos dados quando comparado aos valores médios mensais dos dados transformados. Foi possível constatar que a diferença máxima entre as estimativas do modelo, e os valores dos dados mensais é de $0,6 \text{ mm}^{1-a}$.

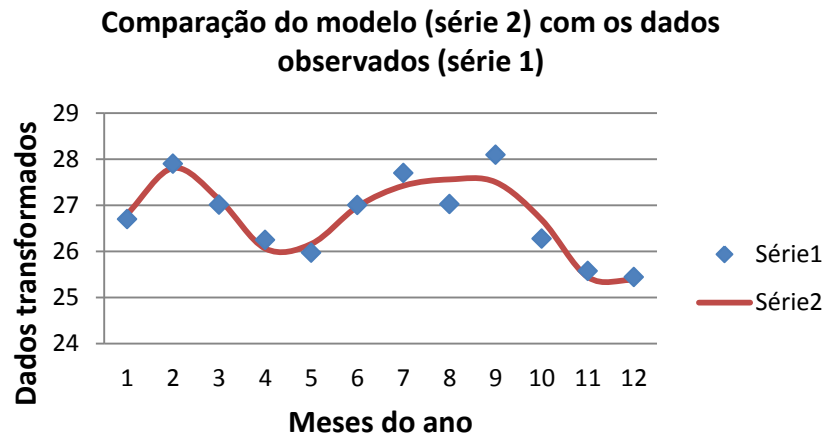


Figura 3: Comportamento médio da precipitação (dados transformados) ao longo dos 12 meses do ano, comparado com a estimativa do modelo.

As estimativas do modelo são comparadas com os diagramas climáticos de Pelotas, Rio Grande e Santa Vitória do Palmar encontrados em Buriol et. al. [13] e, de forma geral, apresenta seus máximos e mínimos em acordo com aqueles dos diagramas, embora existam pequenas variações entre as localidades. O modelo concorda com os modelos obtidos para a cidade de Pelotas por Amaral [5] e por Baptista da Silva, Basgalupp e Paz [14].

O modelo obtido expressa apenas a sazonalidade e aleatoriedade dos 660 dados. Para previsão de valores futuros (extrapolações) foi incluída a tendência da série temporal. Para a previsão o modelo é comparado com o comportamento dos 60 dados (meses) restantes que não participaram da modelagem, compreendidos no intervalo de 2003 à 2007.

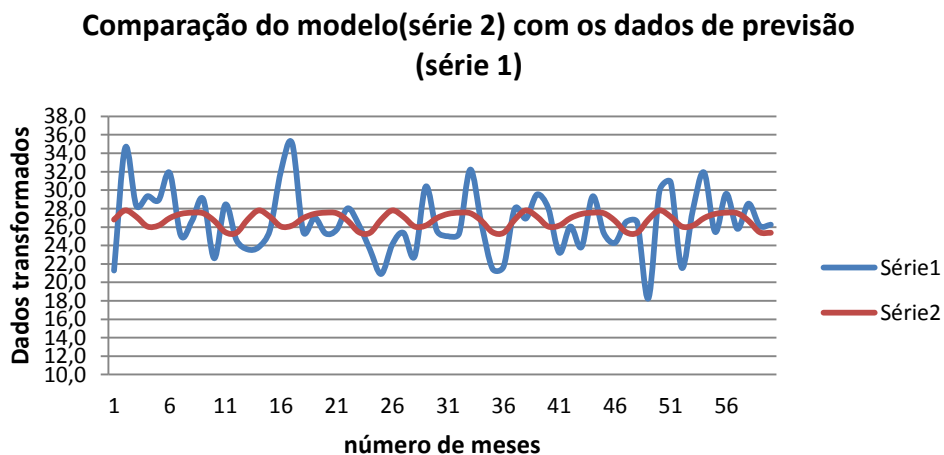


Figura 4: Comparação entre o modelo e os dados, para previsão (2003/2007)

Nota-se, na figura 4, que o modelo, de forma geral, atenua as amplitudes, ajustando-se entre os dados, descrevendo o comportamento médio destes.

O modelo para previsão teve sua validade verificada pela auto-correlação dos resíduos, mediante dois testes, onde se observou que nenhum dos valores de r_k apresentaram-se fora dos intervalos de $\pm \frac{2}{\sqrt{60}} = \pm 0,258$ e de $\pm 2\sigma(r_k)$, conforme a figura 5.

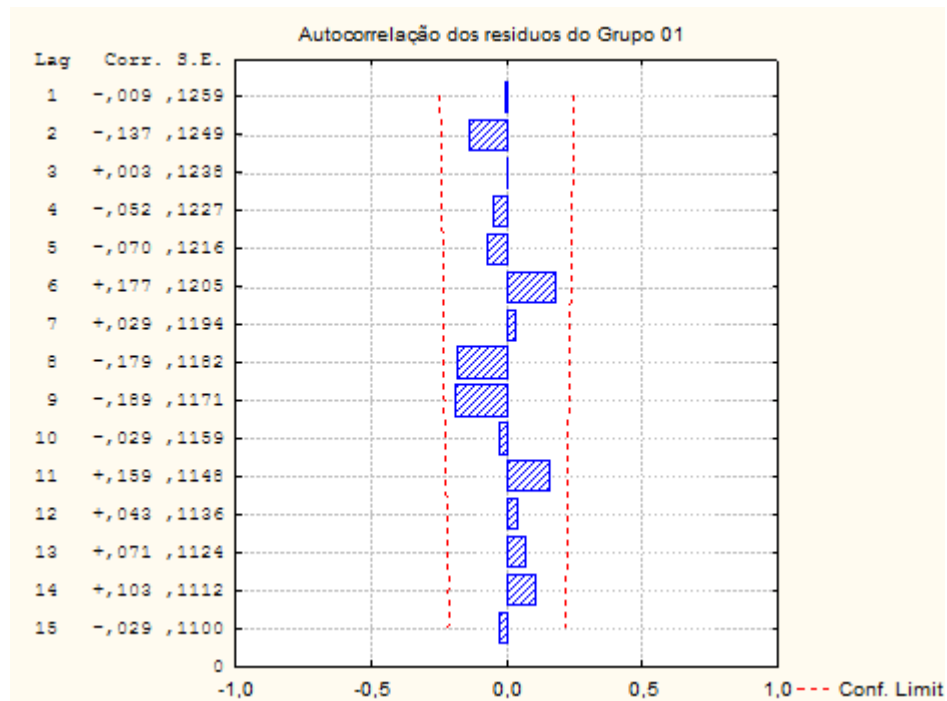


Figura 5: Auto-correlação dos resíduos entre o modelo e os dados para a previsão.

Portanto, a partir destes testes aceita-se o modelo como adequado para a previsão de novos valores. Embora o modelo seja estacionário, já que os dados não apresentaram tendência significativa ao nível do teste, poder-se-ia incluí-la no modelo de previsão, permitindo sua progressão para H passos a frente, conforme a equação 10:

$$Y_t^{Grupo} = \bar{Y} + Y_t^{semestral} + Y_t^{quadrimestral} + Y_t^{anual} + 0,001(660 + H) \quad (10)$$

Contudo, previsões de longo prazo são sempre muito arriscadas, tendo em vista o caráter dinâmico da atmosfera, bem como os seus ciclos de mudanças, nem sempre fáceis de detectar. O correto é fazer previsões para poucos passos a frente.

Para o primeiro semestre do ano de 2003, os valores transformados (mm^{1-a}) previstos pelo modelo (eq. 09) foram: 26,8079 (jan.); 27,8063 (fev); 27,1204 (mar.); 26,0578 (abr.); 26,1626 (mai.) e 26,9716 (jun.). Comparam-se aos correspondentes valores (mm^{1-a}) verificados no período: 21,2827; 34,5826; 28,3209; 29,3428; 28,9055 e 31,8687, donde constata-se que as diferenças são pequenas variando de 1,2 a 6,8. Para obtenção dos valores, em milímetros de chuva, utiliza-se a seguinte transformação inversa da eq. (3):

$$Z_i = 10^{\frac{\log y_i - \log k}{1-a}} \quad (11)$$

Como exemplo do emprego da eq. 11, realizou-se a transformação inversa dos valores estimados pelo modelo de previsão dos doze meses do ano de 2015 (figura 6).

Comportamento do modelo de previsão

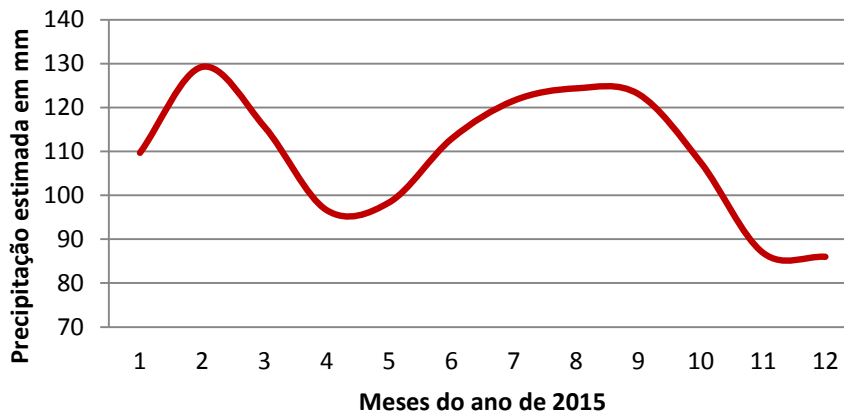


Figura 6: Previsão do modelo para 2015

4. CONCLUSÕES

A região homogênea que compreende as cidades de Pelotas, Rio Grande e Santa Vitória do Palmar, tem o seu regime de chuvas bem representado pelo modelo de análise harmônica, com 87% de representatividade, composto pelas ondas semestral, quadrimestral e anual.

Este modelo foi testado para previsão de uma série de 60 meses, mostrando-se adequado, em geral, para a previsão de valores futuros. Entretanto, observa-se que os modelos harmônicos não são capazes de acompanhar satisfatoriamente as oscilações máximas e mínimas apresentadas pelos dados de previsão.

Sugere-se para trabalhos futuros, que objetivam a previsão, um estudo e avaliação de novas metodologias, como a metodologia tipo MOS em previsão estatística indicada por Wilks, 1995 [15].

1. Fochezato A, Grando ZM, Efeitos da estiagem na Economia do Rio Grande do Sul: uma abordagem multissetorial– Fund. de Economia e Estatística: textos para Discussão FEE, ISSN 1984-5588. 2009; (62): 21.
2. Bergamaschi H, Dalmago GA, Bergonci J, Bianchi CA, Müller AG, Comiran F, Heckler BM. Distribuição hídrica no período crítico do milho e produção de grãos. Brasília: Pesq. Agropecuária Bras. set.2004; 39(9): 831-839.
3. Matzenauer R, Bergamaschi H, Berlato MA, Riboldi J. Relação entre rendimento de milho e variáveis hídricas. Santa Maria (RS): Rev. Bras. de Agrometeorologia, ISSN 0104-1347. 1995; 3: 85-92.
4. MetSul Meteorologia [internet]: São Leopoldo, RS; 2011 [acesso: julho de 2014]. Disponível em: <http://www.metsul.com/>
5. Amaral E. Análise harmônica. Brasília: Pesq. Agropecuária Bras. 1968; 3: 7-34.
6. Marques JR. Variabilidade espacial e temporal de precipitação pluvial no Rio Grande do Sul e sua relação com indicadores oceânicos. 2005. 210f. Tese (Doutorado-Agrometeorologia) - Programa de Pós-graduação em Fitotecnia, Faculdade de Agronomia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.
7. Cochran WG. The distribution of the largest of a set estimated variances as a fraction of their total. Annals of Eugenics. 1941; 11: 47 – 51.
8. Shapiro SS, Wilk MB. An analysis of variance test for normality (complete samples). Biometrika. Dec. 1965; 52(3/4): 591-611.
9. Dixon WJ, Massey Jr. FJ. Introduction to statistical analysis. Tokyo: McGraw-Hill Kogakusha Ltda. 1969: 639.
10. Baptista da Silva J, Amaral E. Probabilidades das precipitações pluviométricas em Pelotas, RS. Santa Maria (RS): Rev. Bras. de Agrometeorologia, ISSN 0104-1347. 1987; 2: 167-177.
11. Box GE, Jenkins GM, Reinsel GC. Time series analysis: forecasting and control. 3 ed. New Jersey: Prentice Hall, 1994: 598.
12. Baptista da Silva J, Basgalupp MP. Análise estatística das chuvas anuais em Pelotas, RS. 49º Reunião da RBRAS. 2004.

-
13. Buriol GA, Estefanel V, De Chagas AC, Eberhardt D. Clima e vegetação natural do Estado do Rio Grande do Sul segundo o diagrama climático de Walter e Lieth. Santa Maria (RS): Ciência Florestal, ISSN 0103-9954. 2007; 17(2): 91-100.
 14. Baptista da Silva J, Basgalupp MP, Paz SR. Comportamento das precipitações pluviiais mensais em Pelotas, Rio Grande do Sul. Santa Maria (RS): Rev. Bras. de Agrometeorologia, ISSN 0104-1347. 2005; 13(1): 155-159.
 15. Wilks, DS. Statistical Methods in the Atmospheric Sciences. San Diego (CA): Academic Press. 1995: 467.